УДК 615.14+378+519.6
DOI https://doi.org/10.32782/eddiscourses/2025-1-21

ЗНАЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ SIR ТА SEIR У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ МАГІСТРІВ ФАРМАЦІЇ

Стучинська Наталія Василівна,
доктор педагогічних наук, професор,
завідувачка кафедри медичної і біологічної фізики та інформатики,
Національний медичний університет імені О.О. Богомольця
ORCID: 0000-0002-5583-899X

Андрійчук Марія Дмитрівна,
викладач кафедри медичної і біологічної фізики та інформатики,
Національний медичний університет імені О.О Богомольця
ORCID: 0000-0003-0112-3830

Микитенко Павло Васильович,
кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри медичної і біологічної фізики та інформатики,
Національний медичний університет імені О.О. Богомольця
ORCID: 0000-0003-1188-4334

Стаття присвячена дослідженню значення математичного моделювання епідемічних процесів під час формування професійних компетентностей майбутніх магістрів фармації. Розкрито особливості застосування моделей SIR та SEIR у навчальному процесі магістрів фармації Національного медичного університету імені О. О. Богомольця. Наведено практичні завдання для здобувачів вищої освіти з моделювання динаміки епідемії на основі SIR-моделі. Виконання запропонованих завдань передбачає використання системи комп'ютерної алгебри Mathcad 15 і середовища програмування Python, що спрямовані на формування аналітичних та практичних навичок. Також описано етапи роботи з дослідження впливу вакцинації на ключові характеристики епідемії, зокрема максимальну кількість інфікованих, тривалість та загальний рівень захворюваності. Задля демонстрації майбутнім магістрам фармації ефективності профілактичних заходів побудовано графіки необмеженої епідемії (без вакцинації) та епідемії за різних рівнів вакцинації. Виокремлено аспекти, пов'язані з формуванням професійних компетентностей здобувачів вищої освіти спеціальності 226 «Фармація».

Метою проведеного дослідження було вдосконалення професійних компетентностей майбутніх магістрів фармації шляхом використання компартментних моделей як інструмента для аналізу та прогнозування епідемічних процесів. Для досягнення мети використовувались такі методи дослідження, як аналіз науково-педагогічних джерел, математичне моделювання, програмування та графічна інтерпретація результатів.

Значна увага приділена необхідності інтеграції теоретичних та практичних занять у навчальний процес, використанню сучасних засобів комп'ютерної математики для розв'язання прикладних задач епідеміології. Практична робота з математичними моделями сприяє розвитку аналітичного мислення, формуванню навичок керування епідемічними процесами та прийняття обґрунтованих рішень у фармацевтичній практиці. Вивчення комп'ютерного моделювання сприяє формуванню професійних компетентностей майбутніх магістрів фармації, передбачених освітньо-професійною програмою, які необхідні для ефективного прийняття управлінських рішень у сфері охорони здоров'я та забезпечення високого рівня фармацевтичного супроводу під час поширення епідеміологічних загроз.

Ключові слова: моделювання, професійні компетентності, епідемія, компартментна модель, SIR та SEIR моделі, MatCad, Python.

Stuchynska Nataliia, Andriichuk Mariia, Mykytenko Pavlo. The importance of SIR and SEIR mathematical models in the formation of professional competences of future pharmacy masters

The article is devoted to the study of the importance of mathematical modeling of epidemic processes in the formation of professional competencies of future masters of pharmacy. We revealed the features of the application of SIR and SEIR models in the educational process of masters of pharmacy at the Bogomolets National Medical University. Was presented practical tasks for higher education students on modeling the dynamics of the epidemic based on the SIR model. The implementation of the proposed tasks involves the use of the Mathcad 15 computer algebra system and the Python programming environment and are aimed at the formation of analytical and practical skills. Also, described the stages of work on studying the impact of vaccination on key characteristics of the epidemic, in particular, the maximum number of infected, duration and overall incidence rate. In order to demonstrate to future masters of pharmacy the effectiveness of preventive measures, was constructed graphs of an unlimited epidemic (without vaccination) and an epidemic with different levels of vaccination. We highlighted aspects related to the formation of professional competencies of students in specialty 226 "Pharmacy".

The aim of the study was to improve the professional competencies of future masters of pharmacy by using compartment models as a tool for analyzing and predicting epidemic processes. To achieve the aim, the following research methods were used: analysis of scientific and pedagogical sources, mathematical modeling, programming and graphical interpretation of results.

Considerable attention is paid to the need to integrate theoretical and practical classes into the educational process, the use of modern computer mathematics tools to solve applied problems of epidemiology. Practical work with mathematical models contributes to the development of analytical thinking, the formation of skills in managing epidemic processes and making informed decisions in pharmaceutical practice. The study of computer modeling contributes to the formation of professional competencies of future masters of pharmacy provided for by the educational and professional program, which are necessary for effective management decision-making in the field of healthcare and ensuring a high level of pharmaceutical support during the spread of epidemiological threats.

Key words: modeling, professional competencies, epidemics, compartmental model, SIR and SEIR models, Mathcad, Python.

Постановка проблеми. Розвиток медичної та фармацевтичної освіти нерозривно пов'язаний з активним впровадженням цифрових технологій. Як зазначено в роботах [3; 6; 7], у сучасних умовах зростаючої конкуренції та технологічних змін фармацевтичний ринок вимагає від магістрів фармації глибоких теоретичних знань та практичних навичок, які даватимуть змогу адаптуватися до швидкозмінних умов професійної діяльності. Комп'ютерне моделювання є одним з важливих інструментів дослідження та моніторингу, які використовуються для розуміння біологічних явищ. Актуальність розгляду цих питань посилюється в контексті заходів щодо реалізації ініціатив Міністерства охорони здоров'я (МОЗ) України. Так, у лютому 2024 р. МОЗ України презентувало Рамку цифрової компетентності працівника охорони здоров'я [5], яка була створена у співпраці з Міністерством цифрової трансформації, Міністерством освіти і науки і Національною службою охорони здоров'я України за сприяння Агентства США з міжнародного розвитку (USAID) «Підтримка реформи охорони здоров'я» [10].

Окреслена проблема набуває особливої актуальності в контексті підготовки магістрів фармації, які завдяки знанням з комп'ютерного моделювання матимуть можливість прогнозувати та аналізувати поширення епідемій. Щоб боротися з епідеміями, тобто вчасно вживати тих або інших медичних заходів (карантини, вакцинації тощо), необхідно вміти порівнювати їхню ефективність. Звідси виникає необхідність у побудові моделей, які могли б служити цілям прогнозу. Математичні моделі SIR та SEIR дають змогу моделювати різні сценарії розвитку епідемій та можуть бути успішно реалізовані за допомогою комп'ютерного моделювання. В медичному університеті імені О. О. Богомольця до складу практичних занять з дисципліни «Комп'ютерне моделювання у фармації» входить тема «Моделювання епідемічного процесу з використанням СКМ. Математичні моделі (компартментна модель SIR та SEIR) для контролю інфекційних захворювань». Застосування цих моделей дає змогу здобувачам вищої освіти засвоїти практичні навички, що пов'язані з аналітикою та розробленням антикризових планів для оперативного реагування на епідеміологічні ризики.

Аналіз публікацій з теми. У своїх працях науковці [2; 3; 6; 7; 8] акцентують увагу на тому, що сучасний ринок фармації в Україні вимагає від професіоналів не тільки високої фахової кваліфікації, але й різноманітних загальних компетентностей (соціального, інструментального, науково-дослідницького спрямування), які мають бути гармонійно вбудовані в їхню професійну підготовку. Аналіз науково-педагогічної літератури підтверджує також потребу більш широкого використання сучасних інформаційних технологій у підготовці фахівців у галузі фармації та свідчить про важливість впровадження методів математичного моделювання у навчальний процес, оскільки їх використання дає змогу значно покращити розуміння здобувачами вищої фармацевтичної освіти складних біомедичних процесів [6].

Теоретичні основи епідеміологічних моделей SIR було закладено англійськими математиками В. Кермаком та А Маккендріком. У дещо спрощеному, адаптованому до потреб підготовки майбутніх фахівців галузі охорони здоров'я подано у навчальному посібнику [11]. У моделі Кермака-Маккендріка умовно виокремлюють три групи: тих, хто може захворіти; хворих; тих, хто одужав або має імунітет. В подальшому такі моделі отримали назву SIR-моделі (Susceptible Infected Recovered). В SIR-модель Кермака-Маккендріка приймаються три такі вихідні припущення [9].

1) Хвороба поширюється у закритому середовищі, тобто немає еміграції чи імміграції, народжуваності чи смертності серед населення, тож загальна кількість населення залишається сталою, позначеною як K для всіх моментів часу *t*, тобто $S(t)+I(t)+R(t) \equiv K$.

2) Кількість осіб, що можуть отримати зараження інфікованою особою за одиницю часу *t*, прямо пропорційна до загальної кількості сприйнятливих осіб з коефіцієнтом пропорційності (коефіцієнтом передачі) β, тобто загальна кількість новоінфікованих осіб протягом часу *t* дорівнює $\beta S(t)I(t)$.

3) Кількість осіб, що одужали за одиницю часу *t*, становить $\gamma I(t)$, де γ – коефіцієнт відновлення. Вважаємо, що особи, які одужали, набувають постійного імунітету.

Модель SEIR враховує латентний (прихований) період захворювання та є подальшим кроком у розвитку цих досліджень. Сьогодні ця модель широко застосовується для прогнозування епідемічних процесів.

Мета статті полягає у теоретичному обґрунтуванні принципів застосування математичних моделей SIR та SEIR у процесі формування професійних компетентностей майбутніх магістрів фармації.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети дослідження були використані загальнонаукові теоретичні та емпіричні методи, а саме: бібліосемантичний метод – для вивчення науково-методичної, психолого-педагогічної літератури та нормативних документів з проблеми дослідження; математичне моделювання (використання компартментних моделей), програмування та графічна інтерпретація результатів.

Результати дослідження. Як зазначає Ю. Куриляк [4], прогнозування динаміки поширення важких інфекційних захворювань у социумі за різних обставин є актуальною науковою і практичною суспільною проблемою. Моделювання епідемічного процесу є інструментом, який застосовується для вивчення механізмів поширення хвороб на популяційному рівні, прогнозування можливого зростання захворюваності, оцінювання обґрунтованості та раціональності стратегій боротьби з епідемією. Технології математичного і комп'ютерного моделювання епідемій дають змогу завчасно оцінювати масштаби і наслідки епідемій як ланцюга інфікувань, обумовленого передачею інфекційного захворювання від однієї людини до іншої. Це складне явище містить не тільки біологічні, але й соціальні компоненти. Компартментні моделі дають змогу прогнозувати перебіг епідемії, розробляти стратегії для її контролю (вакцинація, ізоляція інфікованих тощо). Їх використання в освітньому процесі дає змогу поглибити знання студентів у галузі епідеміології, сформувати навички аналізу та прийняття рішень.

Моделі SIR та SEIR є важливими інструментами для використання в освітньому процесі медичних ЗВО, оскільки, з огляду на їхню актуальність у зв'язку із загостренням пандемічних процесів останніми роками, зростає мотивація студентів до їх аналізу та створюється підґрунтя для формування навичок математичного моделювання та прогнозування. Розглянемо ключові аспекти SIR– та SEIR-моделей та їхня роль у формуванні професійних компетентностей здобувачів вищої освіти.

Компартментна модель – це математична модель, яка поділяє популяцію на різні групи, або компартменти, на основі статусу щодо інфекції. SIR-модель розділяє популяцію на такі три компартменти:

− інфіковані особи (ті, що захворіли), чисельністю $x(t)$, кожна з цих осіб заразлива (інкубаційний період захворювання короткий, і ним можна знехтувати);

− другий клас чисельністю $y(t)$ складають сприйнятливі особи, тобто особи, що є здоровими, але можуть заразитися за контакту з інфікованими особами;

− третій клас складається з осіб, що або набувають імунітету, або помирають, їхня чисельність позначається $z(t)$.

SEIR є розширеною версією SIR-моделі, містить додатковий компартмент «експоновані» (E) і є дещо складнішою. На практичному занятті з дисципліни «Комп'ютерне моделювання у фармації» студентам пропонуємо реалізувати класичний приклад використання SIR-моделі епідемії. Зробимо вихідні припущення. Нехай популяція складається з N здорових людей. В момент часу (t=0) у цю групу потрапляє хвора людина (джерело інфекції). Будемо вважати, що жодного видалення інфікованих з групи не відбувається, кожна інфікована особа стає заразною одразу після інфікування. Позначимо число хворих у момент часу t через x(t), а число здорових – через y(t) (очевидно, що x(t)+y(t)=N+1 у будь-який момент часу). За t=0 виконується умова x(0)=1. Розглянемо інтервал часу t+dt, де dt – малий період. Необхідно визначити, скільки нових хворих з'явиться за цей проміжок часу. Можна припустити, що їх число буде прямо пропорційним до dt, а також до числа контактів здорових і хворих, тобто добутку xЧ.

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x \cdot \left[N + 1 - x\right] \quad (1)$$

Це диференціальне рівняння описує динаміку кількості хворих *x(t)* у групі з *N+1* осіб за відсутності видалення хворих.

Виконаємо моделювання з такими параметри:

− початкова кількість інфікованих осіб: 1 000;

− початкова кількість сприйнятливих до інфекції осіб: 200 000;

− осіб, несприйнятливих до інфекції (з імунітетом), на початку епідемії: 0;

− коефіцієнт захворюваності: $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$;

− коефіцієнт одужання: $\beta = 0{,}3$.

Припускається також, що загальна чисельність популяції є сталою (тобто не враховуються народження, природні смерті й міграція). Є дві гіпотези, що лежать в основі моделі.

1) Захворюваність у момент часу *t* дорівнює $x(t) \cdot y(t)$. Ця гіпотеза базується на правдоподібному припущенні, що кількість осіб, що захворіли, пропорційна кількості зустрічей між хворими й сприйнятливими до інфекції особами, яка, в свою чергу, в першому наближенні пропорційна $x(t) \cdot y(t)$). Таким чином, чисельність класу *x* зростає, а чисельність класу *y* зменшується зі швидкістю $x(t) \cdot y(t)$. Константу пропорційності α(α>0) називають коефіцієнтом захворюваності.

2) Чисельність осіб, що стають несприйнятливими (набувають імунітету чи помирають), росте зі швидкістю, що пропорційна чисельності хворих, тобто зі швидкістю $\beta \cdot x(t)$. Константу пропорційності β(β> 0) називають коефіцієнтом одужання.

В результаті отримуємо систему рівнянь (математична модель задачі):

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha \cdot x(t) \cdot y(t) - \beta \cdot x(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -\alpha \cdot x(t) \cdot y(t) \\ \dfrac{dz}{dt} = \beta \cdot x(t) \end{cases} \quad (2)$$

В рівняння входять похідні тільки за однією змінною, тобто вони називаються звичайними диференціальними рівняннями [11].

Реалізуємо математичну модель у системі Mathcad. Наша задача належить до динамічних систем звичайних диференціальних рівнянь. Система рівнянь є нелінійною, оскільки в рівняннях наявні добутки змінних $(S \cdot I)$. Нелінійні системи можуть демонструвати складну динаміку, зокрема пікові значення, точки рівноваги. Для розв'язання задачі чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь у Mathcad 15 вибираємо функцію *Radau*. Це дасть нам можливість отримати підвищену точність моделювання та розраховувати динаміку епідемій на довгих часових інтервалах.

Перед студентами ставимо завдання: скориставшись методом Рунге-Кутта, за результатами моделювання визначити кількість хворих (інфікованих), сприйнятливих (здорових) та несприйнятливих (тих, що набули імунітету) осіб протягом 12 місяців розвитку епідемії. Слід побудувати графіки, які візуалізують пік захворюваності; момент часу, коли кількість хворих буде збігатися з кількістю здорових осіб, сприйнятливих до інфекції; момент, коли кількість осіб, сприйнятливих до інфекції, буде збігатися з кількістю осіб, несприйнятливих до інфекції.

Приклад символьного коду реалізації моделі в Mathcad наведено на рис. 1.

Рис. 1. Вирішення задачі чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь в Mathcad 15 за допомогою функції *Radau*

Mathcad має зручний інтерфейс, що дає змогу легко встановлювати початкові умови, виконувати обчислення й будувати графіки [5]. На рис. 2 наведено графік, який ілюструє динаміку епідемії за заданими параметрами. Аналізуючи отриманий графік, можемо спостерігати, як змінюється кількість осіб у трьох групах протягом заданого періоду часу: крива сприйнятливих осіб (синій колір) поступово знижується, оскільки все більше людей заражаються. Крива інфікованих (червоний колір) спочатку зростає, досягаючи піку (візуально на 4, 5 місяця), після починає спадати, оскільки все більше людей одужують і переходять до групи імунних. Крива імунних осіб (зелений колір) починає зростати, коли одужують перші інфіковані.

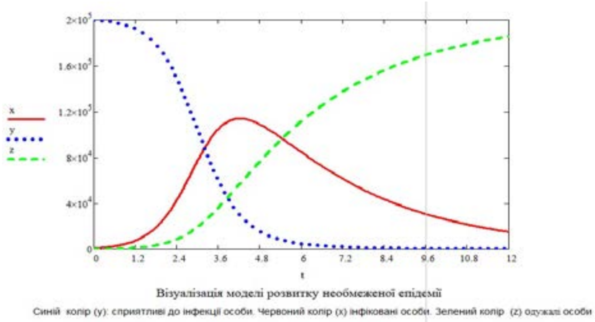
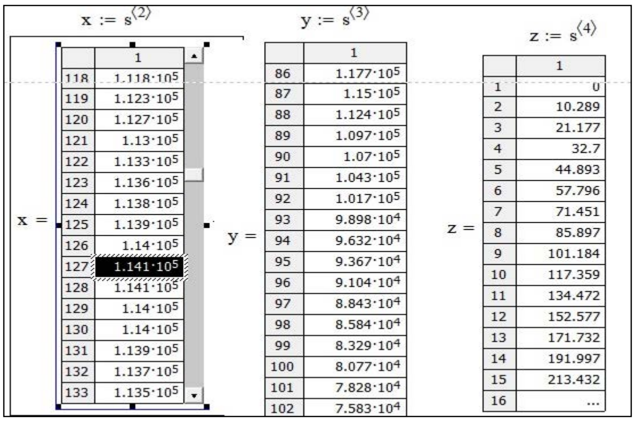


Рис. 2. Візуалізація динаміки епідемії SIR-моделі за заданими параметрами

Для більш детального чисельного аналізу ми можемо скористатися таблицями, які отримали методом моделювання в Mathcad 15 за допомогою функції *Radau* (рис. 3). Інфіковані (s) досягнуть максимального значення орієнтовно на 126–129 день епідемії, і будуть становити 114 100 осіб. Кількість хворих (*x*) буде дорівнювати кількості здорових (*y*) (сприятливих) орієнтовно на 97 день епідемії, та становитиме 88 430 осіб.



$x := s^{\langle 2 \rangle}$

x =

	1
118	$1.118\cdot10^5$
119	$1.123\cdot10^5$
120	$1.127\cdot10^5$
121	$1.13\cdot10^5$
122	$1.133\cdot10^5$
123	$1.136\cdot10^5$
124	$1.138\cdot10^5$
125	$1.139\cdot10^5$
126	$1.14\cdot10^5$
127	$1.141\cdot10^5$
128	$1.141\cdot10^5$
129	$1.14\cdot10^5$
130	$1.14\cdot10^5$
131	$1.139\cdot10^5$
132	$1.137\cdot10^5$
133	$1.135\cdot10^5$

$y := s^{\langle 3 \rangle}$

y =

	1
86	$1.177\cdot10^5$
87	$1.15\cdot10^5$
88	$1.124\cdot10^5$
89	$1.097\cdot10^5$
90	$1.07\cdot10^5$
91	$1.043\cdot10^5$
92	$1.017\cdot10^5$
93	$9.898\cdot10^4$
94	$9.632\cdot10^4$
95	$9.367\cdot10^4$
96	$9.104\cdot10^4$
97	$8.843\cdot10^4$
98	$8.584\cdot10^4$
99	$8.329\cdot10^4$
100	$8.077\cdot10^4$
101	$7.828\cdot10^4$
102	$7.583\cdot10^4$

$z := s^{\langle 4 \rangle}$

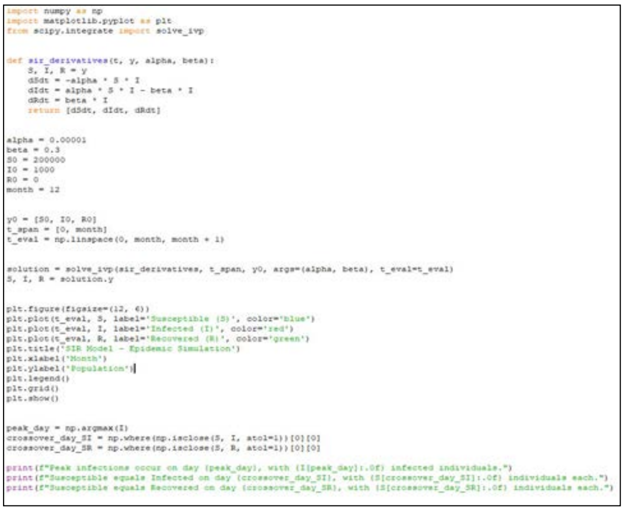
z =

	1
1	0
2	10.289
3	21.177
4	32.7
5	44.893
6	57.796
7	71.451
8	85.897
9	101.184
10	117.359
11	134.472
12	152.577
13	171.732
14	191.997
15	213.432
16	...

Рис. 3. Таблиці результату чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь у Mathcad 15

Mathcad дає змогу виконувати обчислення з використанням символьних виразів та числових значень, створювати графіки, аналізувати дані, вирішувати рівняння, проводити символьний аналіз та програмувати власні функції, що допомагає розв’язувати складні математичні задачі [10].

Пропонуємо реалізувати цю математичну модель, зберігши ті ж параметри, також у середовищі програмування Python (рис. 4).



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp


def sir_derivatives(t, y, alpha, beta):
    S, I, R = y
    dSdt = -alpha * S * I
    dIdt = alpha * S * I - beta * I
    dRdt = beta * I
    return [dSdt, dIdt, dRdt]


alpha = 0.00001
beta = 0.3
S0 = 200000
I0 = 1000
R0 = 0
month = 12


y0 = [S0, I0, R0]
t_span = [0, month]
t_eval = np.linspace(0, month, month + 1)


solution = solve_ivp(sir_derivatives, t_span, y0, args=(alpha, beta), t_eval=t_eval)
S, I, R = solution.y


plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(t_eval, S, label='Susceptible (S)', color='blue')
plt.plot(t_eval, I, label='Infected (I)', color='red')
plt.plot(t_eval, R, label='Recovered (R)', color='green')
plt.title('SIR Model - Epidemic Simulation')
plt.xlabel('Month')
plt.ylabel('Population')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()


peak_day = np.argmax(I)
crossover_day_SI = np.where(np.isclose(S, I, atol=1))[0][0]
crossover_day_SR = np.where(np.isclose(S, R, atol=1))[0][0]

print(f"Peak infections occur on day {peak_day}, with {I[peak_day]:.0f} infected individuals.")
print(f"Susceptible equals Infected on day {crossover_day_SI}, with {S[crossover_day_SI]:.0f} individuals each.")
print(f"Susceptible equals Recovered on day {crossover_day_SR}, with {S[crossover_day_SR]:.0f} individuals each.")
```

Рис. 4. Символьний код реалізації SIR-моделі в середовищі Python

Графік, побудований у середовищі програмування Python, подано на рис. 5. Проаналізувавши отримані результати, можемо відзначити переваги середовищ MathCad і Python для моделювання SIR. Python дає змогу легко налаштовувати моделі, додавати нові параметри або змінювати рівняння, тому широко використовується у дослідницьких і професійних проєктах. Mathad має інтуїтивний графічний інтерфейс і зручний підхід до введення математичних рівнянь, що підходить для студентів, які не мають досвіду програмування. Mathcad автоматично відображає математичні рівняння та результати у зрозумілому вигляді і є оптимальним під час ознайомлення з базовими аспектами моделювання.

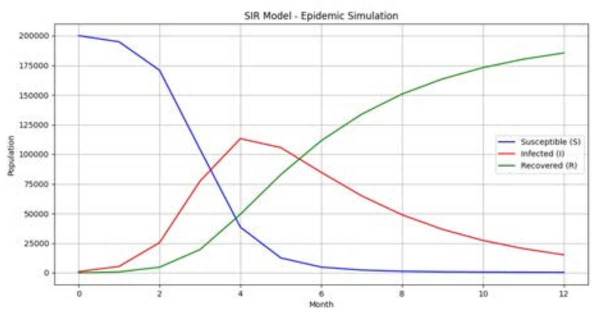


Рис. 5. Графік SIR-моделі в середовищі Python

Для більш глибокого аналізу розглянемо ще один практичний приклад – SIR-модель, яка враховує додатковий фактор вакцинації. Сформулюємо вихідні припущення. Якщо відбувається вакцинація, то особи, що є сприйнятливими до інфекції, набувають штучного імунітету зі швидкістю $\gamma{\cdot}y(t)$. Складаємо систему диференційних рівнянь (3).

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha \cdot x(t) \cdot y(t) - \beta \cdot x(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -\alpha \cdot x(t) \cdot y(t) - \gamma \cdot y(t) \\ \dfrac{dz}{dt} = \beta \cdot x(t) + \gamma \cdot y(t) \end{cases} \quad (3)$$

Виконаємо моделювання з такими параметрами:

– початкова кількість інфікованих осіб: 1 000;

– початкова кількість сприйнятливих до інфекції осіб: 200 000;

– несприйнятливих до інфекції осіб (з імунітетом) на початку епідемії: 0 осіб;

– коефіцієнт захворюваності: $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$;

– коефіцієнт одужання: $\beta = 0{,}3$.

З початку епідемії починається вакцинація, тобто особи, сприйнятливі до інфекції, набувають штучного імунітету з коефіцієнтом швидкості γ= 0,3.

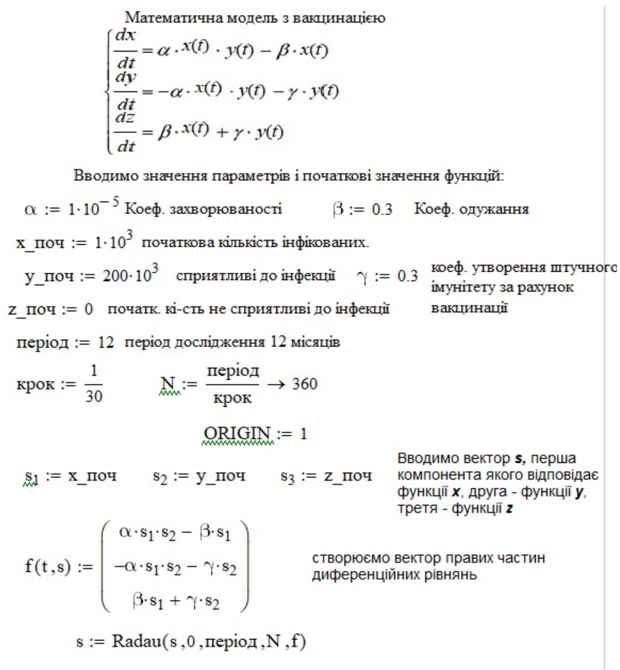


Рис. 6. Приклад SIR-моделі – динаміка епідемії з урахуванням вакцинації в Mathcad 15

На рис. 7 наведено графік, який ілюструє динаміку поширення епідемії, з урахуванням вакцинації. Коефіцієнт утворення штучного імунітету за рахунок вакцинації: *γ = 0,1*.

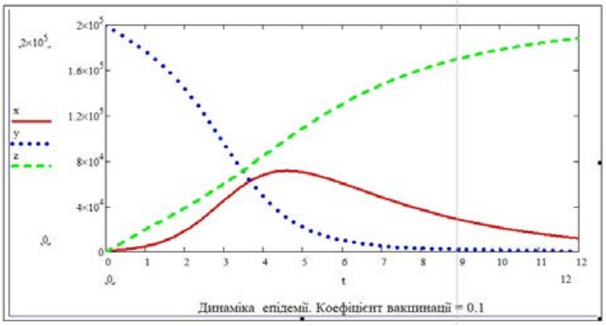


Рис. 7. Візуалізація динаміки епідемії SIR-моделі з урахуванням вакцинації: *γ = 0,1*

Змінюючи значення коефіцієнта швидкості вакцинації, дослідимо, як він впливає на термін закінчення епідемії (рис. 8, 9).

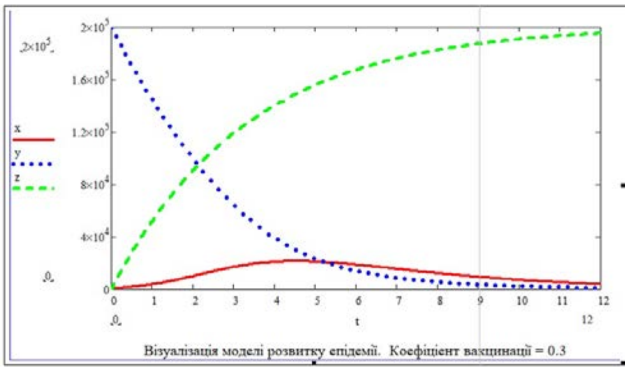


Рис. 8. Візуалізація динаміки епідемії SIR-моделі з урахуванням вакцинації: *γ = 0,3*

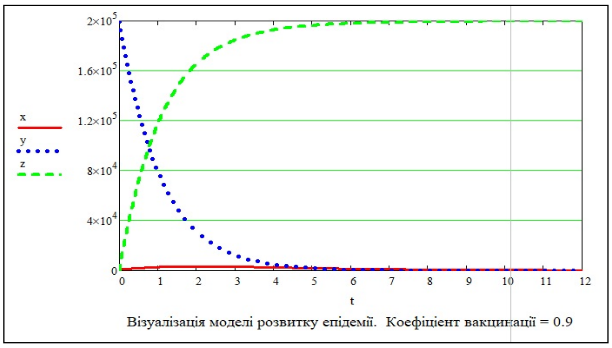


Рис. 9. Візуалізація динаміки епідемії SIR-моделі з урахуванням вакцинації: *γ = 0,9*

Змінюючи коефіцієнт вакцинації γ (від 0,1 до 0,9), можемо спостерігати, як з підвищенням коефіцієнта вакцинації крива імунних осіб (зелений колір) зростає більш стрімко. Скориставшись розрахунками в Mathcad, можемо визначити, що якщо γ=0,9, то на 231 день від початку вакцинації імунітету набудуть ($2 \cdot 10^5$) осіб (рис. 10).

$z := s^{\langle 4 \rangle}$

$z =$

	1
222	$1.998 \cdot 10^5$
223	$1.998 \cdot 10^5$
224	$1.999 \cdot 10^5$
225	$1.999 \cdot 10^5$
226	$1.999 \cdot 10^5$
227	$1.999 \cdot 10^5$
228	$1.999 \cdot 10^5$
229	$1.999 \cdot 10^5$
230	$1.999 \cdot 10^5$
231	$2 \cdot 10^5$
232	$2 \cdot 10^5$
233	$2 \cdot 10^5$
234	$2 \cdot 10^5$
235	$2 \cdot 10^5$
236	$2 \cdot 10^5$
237	$2 \cdot 10^5$

Рис. 10. Таблиця результату чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь методом Рунге-Кутта (імунних осіб)

Ми погоджуємося з думкою, висловленою в роботі [12], про те, що імітаційні моделі дають змогу визначити та спрогнозувати масштаби епідемії, тим самим допомагають керувати ресурсами для ефективної боротьби з інфекцією, попереджати перенавантаження системи охорони здоров'я та розробляти оптимальні стратегії для кращого керування ресурсами та персоналом. Поява нових патогенів та стрімке поширення нових емерджентних захворювань ставить перед світовим суспільством серйозні виклики, що потребують адекватних методів та засобів контролю епідемічного процесу. У таких умовах зростає необхідність у засобах моделювання і підтримки прийняття рішень, що спираються на математичні обрахунки їх наслідків.

Висновки. В роботі розкрито потенціал застосування моделей SIR та SEIR у навчальному процесі магістрів фармації, які дають змогу інтегрувати знання з епідеміології, біостатистики та комп'ютерного моделювання.

Можемо констатувати, що комп'ютерне моделювання епідемій дає змогу здобувачам вищої освіти краще зрозуміти особливості поширення інфекційних захворювань, формує компетентності, які необхідні для ефективного прийняття управлінських рішень у сфері охорони здоров'я та забезпечення фармацевтичного супроводу під час епідемій.

Розроблено систему практичних завдань для моделювання динаміки епідемії на основі SIR-моделі. Показано доцільність використання системи комп'ютерної алгебри Mathcad 15 і середовища програмування Python для розвитку аналітичного мислення студентів, навичок роботи з великими обсягами даних, міждисциплінарної інтеграції знань з вищої математики, епідеміології, біостатистики та фармації.

Подальші дослідження спрямовуємо на розгляд складніших багатокомпартментних математичних моделей, таких як SEIR, SEIRS, які враховують народжуваність і смертність, повторне інфікування, сезонність та мутації патогенів.

Список літератури:

1. Босак А. Обчислювальна техніка та програмування – 2. Інтегровані системи комп'ютерної математики. Комп'ютерний практикум: навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», спеціалізацією «Інжиніринг автоматизованих електротехнічних комплексів». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 119 с. URL: http://ela.kpi.ua/handle/123456789/26332.
2. Добровольська А. Дослідження креативно-діяльнісного компонента готовності майбутніх провізорів до застосування цифрових технологій у професійній діяльності. Innovative Solutions in Modern Science. 2021. № 46 (2). С. 176–195.
3. Зайцева Г., Стучинська Н., Пушкарьова Я. Формування дослідницьких навичок у майбутніх фармацевтів. Медицина та фармація: освітні дискурси. 2024. № 2. С. 16–19.
4. Куриляк Ю., Еммеріх М., Досин Д. Дослідження впливу топології мережі прямих контактів у соціумі на швидкість поширення інфекційного захворювання на прикладі Covid-19. Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». 2021. Вип. 9. С. 151–166.
5. Рамка цифрової компетентності працівника охорони здоров'я. URL: https://moz.gov.ua/uk/ramka-cifrovih-kompetentnostej-pracivnika-ohoroni-zdorov-ya.
6. Стучинська Н. Інтеграція фундаментальної та фахової підготовки майбутніх лікарів у процесі вивчення фізико-математичних дисциплін. монографія. Київ: Книга Плюс, 2008. 304 с.
7. Стучинська Н., Андрійчук М. Формування фахово спрямованих предметних компетентностей магістрів фармації засобами моделювання ефективності реклами фармацевтичної продукції. Медицина та фармація: освітні дискурси. 2024. № 2. С. 35–42.
8. Стучинська Н. Технологія змішаного навчання вищої математики студентів медичних університетів. *Наукові записки*. 2022. № 154. Київ: вид-во Національного педагогічного університету ім. М. Драгоманова. С. 117–124. URL: http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/42553.
9. Цвик В., Крикун І. SIR-модель розвитку епідемій. Прикладні аспекти сучасних міждисциплінарних досліджень. 2021. С. 153–156.

10. Чалий К., Кривенко І. Андрійчук М. Кінетичне моделювання біохімічних реакцій із застосуванням аналітичного інструментарію Mathcad. *Медична наука України*. 2024. № 20 (2). С. 68–78.
11. Чалий О., Стучинська Н., Меленєвська А. Вища математика для лікарів та фармацевтів: підручник для студентів вищих медичних навчальних закладів. Київ: Техніка, 2001. 104 с.
12. Чумаченко Д., Чумаченко Т. Імітаційне моделювання епідемічних процесів: прикладні аспекти: монографія. Харків: ФОП Панов А., 2023. 300 с.

References:

1. Bosak, A. (2020). Obchysliuvalna tekhnika ta prohramuvannia – 2. Intehrovani systemy kompiuternoi matematyky. Komp'iuternyi praktykum: navch. posib. dlia stud., yaki navchaiutsia za spetsialnistiu 141 «Elektroenerhetyka, elektrotekhnika ta elektromekhanika», spetsializatsiieiu «Inzhynirynh avtomatyzovanykh elektrotekhnichnykh kompleksiv» [Computer Engineering and Programming – 2. Integrated Systems of Computer Mathematics. Computer Workshop: Teaching Aids for Students Studying in Specialty 141 "Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics", Specialization "Engineering of Automated Electrical Complexes"]. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute. 119 p. Retrieved from: http://ela.kpi.ua/handle/123456789/26332 [in Ukrainian].
2. Dobrovolska, A. (2021). Doslidzhennia kreatyvno-diialnisnoho komponenta hotovnosti maibutnikh provizoriv do zastosuvannia tsyfrovykh tekhnolohii u profesiinii diialnosti [Research on the creative-activity component of the readiness of future pharmacists to apply digital technologies in professional activities]. *Innovative Solutions in Modern Science*. 46 (2). P. 176–195. [in Ukrainian].
3. Zaitseva, H., Stuchynska, N., Pushkarova, Ya. Formuvannia doslidnytskykh navychok u maibutnikh farmatsevtiv. *Medytsyna ta farmatsiia: osvitni dyskursy*. 2024. (2). S. 16–19 [in Ukrainian].
4. Kuryliak, Yu., Emmerikh, M., Dosyn, D. (2021). Doslidzhennia vplyvu topolohii merezhi priamykh kontaktiv u sotsiumi na shvydkist poshyrennia infektsiinoho zakhvoriuvannia na prykladi Covid-19 [Research on the influence of the topology of the network of direct contacts in society on the speed of the spread of an infectious disease using the example of Covid-19]. *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhnika". Seriia "Kompiuterni nauky ta informatsiini tekhnolohii"*. Issue 9. P. 151–166 [in Ukrainian].
5. Ramka tsyfrovoi kompetentnosti pratsivnyka okhorony zdorovia [Framework for digital competence of a healthcare worker]. Retrieved from: https://moz.gov.ua/uk/ramka-cifrovih-kompetentnostej-pracivnika-ohoroni-zdorov-ya [in Ukrainian].
6. Stuchynska, N. (2008). Intehratsiia fundamentalnoi ta fakhovoi pidhotovky maibutnikh likariv u protsesi vyvchennia fizyko-matematychnykh dystsyplin. monohrafiia. Kyiv: Knyha Plius, 304 s. [in Ukrainian].
7. Stuchynska, N., Andriichuk, M. (2024). Formuvannia fakhovo spriamovanykh predmetnykh kompetentnostei mahistriv farmatsii zasobamy modeliuvannia efektyvnosti reklamy farmatsevtychnoi produktsii [Formation of professionally directed subject competencies of masters of pharmacy by means of modeling the effectiveness of advertising of pharmaceutical products]. *Medytsyna ta farmatsiia: osvitni dyskursy*. (2). P. 35–42 [in Ukrainian].
8. Stuchynska, N. (2022). Tekhnolohiia zmishanoho navchannia vyshchoi matematyky studentiv medychnykh universytetiv. Naukovi zapysky. (154), Kyiv: v-vo Natsionalnoho pedahohichnoho universytetu im. M. Drahomanova. S. 117–124 [in Ukrainian].
9. Tsvyk, V., Krykun, I. (2021). SIR-model rozvytku epidemii [SIR-model of epidemic development]. *Prykladni aspekty suchasnykh mizhdystsyplinarnykh doslidzhen*. P. 153–156 [in Ukrainian].
10. Chalyi, K., Kryvenko, I. Andriichuk, M. (2024). Kinetychne modeliuvannia biokhimichnykh reaktsii iz zastosuvanniam analitychnoho instrumentariiu Mathsad [Kinetic modeling of biochemical reactions using the analytical toolbox Mathcad]. *Medychna nauka Ukrainy*. 20 (2). P. 68–78 [in Ukrainian].
11. Chalyi, O., Stuchynska, N., Melenievska, A. (2001). Vyshcha matematyka dlia likariv ta farmatsevtiv: pidruchnyk dlia studentiv vyshchykh medychnykh navchalnykh zakladiv. Kyiv: Tekhnika. 104 s. [in Ukrainian].
12. Chumachenko, D., Chumachenko, T. (2023). Imitatsiine modeliuvannia epidemichnykh protsesiv: prykladni aspekty: monohrafiia [Simulation modeling of epidemic processes: applied aspects: monograph]. Kharkiv: FOP Panov A.M. 300 p. [in Ukrainian].